Paracuru-CE

Data: 12/03/2026

Autor: David Dias Marques

E-mail: davidmarquesdias4@gmail.com

Título: 020 - MÉDIA DA SOMA DE TODAS MÉDIAS POSSÍVEIS EM UM AGRUPAMENTO DO ∆SEQ² ESBELTO

PALAVRAS CHAVES:
média, quadra, imprópria, própria, soma de n primeiros números inteiros positivos, quadrado perfeito, número de Fermat, ímpar, afirmação.

TERCEIRA AFIRMAÇÃO
A MÉDIA DA SOMA DE TODAS AS MÉDIAS DE TODAS AS QUADRAS PRÓPRIAS E IMPRÓPRIAS DE UM AGRUPAMENTO QUALQUER É UM QUADRADO PERFEITO ÍMPAR.

DEMONSTRAÇÃO

OBS.:
A mesma sequência de quadrados perfeitos observados no estudo anterior.
A relação a seguir expressa a ideia a ser obtida

[$G/j = (2k + 1)^2$]

G é a soma de todas as médias possíveis de um agrupamento com j quadras, dentre próprias e impróprias.

Informações importantes

$j = 2w - 1$ e $w = \sqrt{(q - 1)}/2$

Simplificando a primeira relação, obtemos

[$G/(\sqrt{(q - 1)} - 1) = (2k + 1)^2$]

Uma média, dentre próprias e impróprias, é expressa por $2(2m^2 + m + u) + 1$.

EXEMPLOS

- Quando $m = 1; j = 1$

$2(2(1)^2 + (1) + (1)) + 1 = 9$

- Quando $m = 2; j = 3$

$2(2(2)^2 + (2) + (1)) + 1 = 23$
$2(2(2)^2 + (2) + (2)) + 1 = 25$
$2(2(2)^2 + (2) + (2)) + 1 = 27$

- Quando $m = 3; j = 5$

$2(2(3)^2 + (3) + (1)) + 1 = 45$
$2(2(3)^2 + (3) + (2)) + 1 = 47$
$2(2(3)^2 + (3) + (3)) + 1 = 49$
$2(2(3)^2 + (3) + (4)) + 1 = 51$
$2(2(3)^2 + (3) + (5)) + 1 = 53$

- Quando $m = 4; j = 7$

$2(2(4)^2 + (4) + (1)) + 1 = 75$
$2(2(4)^2 + (4) + (2)) + 1 = 77$
$2(2(4)^2 + (4) + (3)) + 1 = 79$
$2(2(4)^2 + (4) + (4)) + 1 = 81$
$2(2(4)^2 + (4) + (5)) + 1 = 83$
$2(2(4)^2 + (4) + (6)) + 1 = 85$
$2(2(4)^2 + (4) + (7)) + 1 = 87$

E assim por diante...

Nesse caso, pelos exemplos, é possível perceber que o valor de (u) vai de 1 até o número total de quadras próprias e impróprias, por isso, (j).

Portanto, é possível generalizar para obter G

$j(2(2m^2 + m) + 1) + 2(1 + 2 + 3 + . . . + j)$

A soma $(1 + 2 + 3 +. . .+ j) = j(j + 1)/2$

$j(2(2m^2 + m) + 1) + j(j + 1)$

$4jm^2 + 2jm + j + j(j + 1)$

Está última relação expressa o valor de G. Mas, como o que se quer é a média geral, então dividiremos por (j).

Logo

$G/j = 4jm^2 + 2jm + j + j(j + 1)/j$

[$G/j = 4m^2 + 2m + (j + 1) + 1$]

Com (m) sendo o número do agrupamento e (j) sendo a soma do número de quadras próprias e impróprias.

REDUÇÃO DA RELAÇÃO COM DUAS VARIÁVEIS PARA APENAS UMA
Substituindo (m) por $\sqrt{(q - 1)}/2$ e (j) por $\sqrt{(q - 1)} - 1$, adquirirmos

$G/j = 4(\sqrt{(q - 1)}/2)^2 + 2(\sqrt{(q - 1)}/2) + ((\sqrt{(q - 1)} - 1) + 1) + 1$

$G/j = 4(q - 1)/4 + 2\sqrt{(q - 1)}/2 + \sqrt{(q - 1)} - 1 + 1 + 1$

$G/j = (q - 1) + \sqrt{(q - 1)} + \sqrt{(q - 1)} + 1$

E de modo geral, temos a média da soma de todas as quadras próprias e impróprias, dado por

[$G/j = 2\sqrt{(q - 1)} + q$]

Onde (q) é o primeiro número ímpar da primeira quadra. E como (q) é um valor ímpar somado a $2\sqrt{(q - 1)}$, temos que G/j sempre será um quadrado perfeito ÍMPAR.

DEMONSTRAÇÃO DA IMPARIDADE LOGO ACIMA

Tomemos $2\sqrt{(q - 1)} + q$, da qual sabemos que (q) é um quadrado perfeito PAR acrescido de UMA UNIDADE.

$2\sqrt{((2k)^2 + 1) - 1} + ((2k)^2 + 1)$

$2\sqrt{(4k^2)} + 4k^2 + 1$

$2(2k) + 4k^2 + 1$

$4k^2 + 4k+ 1$

Fechando o produto notável

$(2k + 1)^2$

Veja que $4k^2 + 4k + 1$ também pode ser entendido como um número de Fermat da forma [4n + 1].

Observe

$[4(k^2 + k) + 1]$

UMA SEGUNDA FORMAR DE VER A VARIÁVEL (q) E UMA DEMONSTRAÇÃO
Outra forma de calcular a média geral de um agrupamento qualquer do Δseq^2 esbelto e demonstrar que sua média geral sempre será um quadrado perfeito ímpar.

Seja a relação abaixo a média geral de um agrupamento de quadras próprias e impróprias

$2\sqrt{(q' - 1)} + q'$
Sequência de valores de q

{<u>5, 17, 37, 65, 101</u>, <u>145, 197, 257</u>,...}

Os valores de que são da forma $k^2 + h$, onde k é maior igual a 2. E h alterna entre 1 e 2. Logo $h = (3 - (-1)^g)/2 \rightarrow$ {<u>1, 2, 1, 2, 1, 2</u>,...}

Desde que g seja um número par, ou simplesmente 2n. E de forma geral para a sequência {<u>5, 17, 37, 65, 101</u>, <u>145, 197, 257</u>,...}, temos que $(2n)^2 + (3 - (-1)^{2n})/2$.

Sendo assim, podemos juntar tudo e reescrevê-la

$2\sqrt{(4n^2 + (3 - (-1)^{2n})/2) - 1)} + 4n^2 + (3 - (-1)^{2n})/2)$

Escrevendo o primeiro termo da soma numa única fração, obtém-se

$2\sqrt{(4n^2 + (3 - (-1)^{2n})/2) - 1)}$

$2\sqrt{(8n^2 + (3 - (-1)^{2n}))/2 - 1)}$

$[\ 2\sqrt{((8n^2 + (3 - (-1)^{2n}) - 2)/2)}\ ]$

Racionalizando

$2\sqrt{(8n^2 + (3 - (-1)^{2n}) - 2)}/\sqrt{2}$

$2\sqrt{2}(8n^2 + (3 - (-1)^{2n}) - 2)/2$

Simplificando

$\sqrt{2}(8n^2 + (3 - (-1)^{2n}) - 2)$

Reencorporando na relação original

$\sqrt{2}(8n^2 + (3 - (-1)^{2n}) - 2) + 4n^2 + (3 - (-1)^{2n})/2)$

Fazendo alguma simplificação restante

$[\ \sqrt{2}(8n^2 - (-1)^{2n} + 1) + 4n^2 + (3 - (-1)^{2n})/2)\ ]$

E como (-1) está sempre elevando a um número par, então o valor resultante sempre será (1).

Desse modo, pode-se escrever a relação como

$\sqrt{2}(8n^2 - 1 + 1) + 4n^2 + (3 - 1)/2)$

$\sqrt{2}(8n^2 - 1 + 1) + 4n^2 + 2/2)$

$\sqrt{2}(8n^2) + 4n^2 + 1)$

$\sqrt{(16n^2)} + 4n^2 + 1)$

$[\ 4n + 4n^2 + 1\ ]$

Reorganizando

$4n^2 + 4n + 1$

ou ainda

$(2n + 1)^2$

OBS.:

A sequência completa dos primeiros termos das quadras próprias, sendo que há dois (q)'s possíveis para cada primeira quadra própria: o primeiro (q') e o segundo (q'').

Seja a sequência dos primeiros e segundos termos da primeira quadra própria, do Δseq^2 esbelto, abaixo completa, para n maior igual a 2.

{5, 11, 17, 27, 37, 51, 65, 83, 101, 123, 145, 171, 197, 227, 257,...}

E a função que fundamenta tal sequência é o q(g), definido como q relativo
$q(g) = g^2 + (3 - (-1)^g)/2$

PROPRIEDADES DE q(g)
1. Quando (g) for PAR, e maior igual a 2, teremos o valor do primeiro termo de cada quadra. No caso, q'.

$q(g) \rightarrow q' = q(2n)$

2. Quando o valor de (g) for ímpar, e maior igual a 3, teremos os valor do segundo termo, logo abaixo de q', de cada quadra. No caso, q''.

$q(g) \rightarrow q'' = q(2n + 1)$

EXPANSÕES PARA q(g)

Desconsiderando apenas o uso para média geral e incluindo todos os valores inteiros positivos de g obtemos nova sequência, na qual incluem-se q', q'' e valores ocultos devida a forma esbelta do Δseq^2.

Seja a sequência abaixo para (g) maior igual a 0.

{1, 3, 5, 11, 17, 27, 37, 51, 65, 83, 101, 123, 145, 171, 197, 227, 257,...}

Destacando os primos da sequência acima, obtemos

{1, (3), (5), (11), (17), 27, (37), 51, 65, (83), (101), 123, 145, 171, (197), (227), (257),...}

David Dias Marques,

Entusiasta Matemático e

Colaborador do WebSite Os Fantásticos Números Primos